

## **Программная реализация алгоритмов оптимальной фильтрации на основе моделирования специальных ветвящихся процессов**

Башкирев А.В., Рыбаков К.А.

МАИ, г. Москва

Рассматривается задача оптимальной фильтрации для непрерывных нелинейных стохастических систем, математическая модель которых задается стохастическими дифференциальными уравнениями как для объекта наблюдения, так и для измерительной системы.

Основная идея алгоритмов состоит в сведении задачи нелинейной фильтрации к задаче анализа стохастических систем с обрывами и ветвлениями траекторий. Такой переход возможен и связан с тем, что при фиксированных измерениях уравнения оптимальной фильтрации – уравнение Дункана–Мортенсена–Закаи и его робастный вариант – по структуре идентичны уравнению для плотности вероятности некоторой вспомогательной стохастической системы с обрывами и ветвлениями траекторий. Приближенный метод анализа такой системы состоит в моделировании траекторий специального ветвящегося процесса (случайного процесса, траектории которого могут обрываться или разветвляться в случайные моменты времени) [1, 2], статистической обработке результатов моделирования и вычислении оптимальной оценки вектора состояния на их основе.

Стохастические дифференциальные уравнения, описывающие изменение вектора состояния и вектора измерений, решаются с помощью численных методов: метода Эйлера, модифицированного метода Эйлера, метода Хьюна и метода Рунге–Кутты [3]. Для моделирования неоднородного потока обрывов или ветвлений траекторий применяется метод «максимального сечения» [4]. Оценка результатов работы алгоритмов нахождения оптимальной оценки вектора состояния для всех применяемых численных методов проводится в сравнении с фильтром Калмана для линейных моделей объекта наблюдения и измерительной системы и с расширенным фильтром Калмана для нелинейных моделей. Программное обеспечение разработано на языке C# для платформы Microsoft .NET.

Литература: [1]. Рыбаков К.А. Сведение задачи нелинейной фильтрации к задаче анализа стохастических систем с обрывами и ветвлениями траекторий // Дифф. уравн. и процессы управл. – 2012. № 3. – С. 91–110. [2]. Рыбаков К.А. Приближенное решение задачи оптимальной нелинейной фильтрации для стохастических дифференциальных систем методом статистических испытаний // Сиб. журн. вычисл. математики. – 2013. Т. 16. № 4. – С. 377–391. [3]. Пантелеев А.В., Руденко Е.А., Бортакровский А.С. Нелинейные системы управления: описание, анализ и синтез. – М.: Вузовская книга, 2008. [4]. Михайлов Г.А., Аверина Т.А. Алгоритм «максимального сечения» в методе Монте-Карло // ДАН. – 2009. Т. 428. № 2. – С. 163–165.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-08-00323-а).

## **Software development for optimal filtering based on modeling the special branching processes**

Bashkirev A.V., Rybakov K.A.  
MAI, Moscow

There is an optimal filtering problem for continuous nonlinear stochastic systems which mathematical model is defined by stochastic differential equations both for the observation object and for the measurement system.

The main concept of the algorithms is to reduce the nonlinear filtering problem into the analysis problem for a stochastic system with terminating and branching paths. Such approach is possible since Duncan–Mortensen–Zakai equation and robust Duncan–Mortensen–Zakai equation are equal to the equation for the probability density function of a state vector for some auxiliary stochastic system with terminating and branching paths (for fixed measurements only). An approximate method for this system analyze is modeling of paths for the special branching process [1, 2], statistical analysis of modeling results, and optimal state vector estimation.

Stochastic differential equations for the state vector and measurements are solved by numerical methods: Euler method and its modifications, Runge–Kutta method [3]. Maximum section algorithm is used for modeling inhomogeneous Poisson flows of terminating and branching. The results for finding optimal state vector estimation for different numerical methods is compared with Kalman filter for linear models of the observation object and the measurement system and with extended Kalman filter for nonlinear models. The software was developed in Microsoft Visual Studio 2010.NET (C#).

References: [1]. Rybakov K.A. Reducing the nonlinear filtering problem to the analysis of stochastic systems with terminating and branching paths // Differential equations and control processes. – 2012. № 3. (in Russian) [2]. Rybakov K.A. An approximate solution of the optimal nonlinear filtering problem for stochastic differential systems by statistical modeling // Numerical analysis and applications. – 2013. V. 6. № 4. [3]. Pantelev A.V., Rudenko Ye.A., Bortakovskiy A.S. Nonlinear control systems: Description, analysis, and synthesis. – Moscow, Vuzovskaya kniga, 2008. (in Russian) [4]. Mikhaylov G.A., Averina T.A. The maximal section algorithm in the Monte Carlo method // Doklady mathematics. – 2009. V. 80. № 2.

This work is partially supported by RFBR grant 13-08-00323-a.