О математических моделях динамики цен акций с гиперэрланговскими скачками*

А. С. Кожевников, К. А. Рыбаков

Московский авиационный институт, Москва, Россия

exequit@yandex.ru, rkoffice@mail.ru

В докладе рассматриваются новые модели динамики цен акций, включающие стохастические дифференциальные уравнения со скачкообразной компонентой. Предлагается использовать гиперэрланговский поток скачков цены акции. Это позволяет включить пуассоновский и эрланговкий потоки как частные случаи, обобщить существующие модели (например, модели Мертона, Коу, Рамезани–Зенга и др. [1–4]) и исследовать их при скачках, интервалы времени между которыми могут описываться не только показательным законом распределения.

Новые модели позволяют задавать цену акции $X(t)$ процессом в непрерывном времени, порождаемым аддитивной смесью диффузионного и скачкообразного процессов, который можно представить как решение стохастического дифференциального уравнения

$$dX(t) = (\mu - \xi)X(t)dt + \sigma X(t)dW(t) + X(t)dQ(t), \quad X(0) = X_0,$$

где $X \in [0, +\infty)$, $t \geqslant 0$, μ – ожидаемая доходность, ξ – параметр, учитывающий влияние скачка на доходность цены, σ – волатильность, $W(t)$ – винеровский случайный процесс, $Q(t)$ – скачкообразный случайный процесс. Начальная цена X_0 имеет заданное распределение или фиксирована.

Рассматриваются два варианта, в которых промежутки времени между скачками цен описываются эрланговскими распределениями с заданными параметрами (рассмотрен случай, когда имеются два различных эрланговских закона распределения). Первый вариант предусматривает случайный выбор одного из двух законов в соответствии с результатом моделирования вспомогательной дискретной случайной величины с распределением Бернулли, второй основан на чередовании. Параметры эрланговских законов распределения промежутков времени между скачками цен и распределения величин скачков задают случайный процесс $Q(t)$ с кусочно-постоянными траекториями.

Представленные модели могут быть усложнены для учета зависимости ожидаемой доходности или волатильности от времени, при рассмотрении портфеля ценных бумаг и т.п. Важным моментом является возможность использования для исследования описанных моделей математического аппарата, применяемого для анализа систем со случайной структурой [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-08-00892-а).

1. Merton R.C. Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous // Journal of Financial Economics. – 1976. V. 3. – P. 125–144.
2. Kou S.G. A Jump-Diffusion Model for Option Pricing // Management Science. – 2002. V. 48. № 8. – P. 1086–1101.
3. Ramezani C.A., Zeng Y. Maximum Likelihood Estimation of the Double Exponential Jump-Diffusion Process // Annals of Finance. – 2007. V. 3. № 4. – P 487–507.
4. Кожевников А.С., Рыбаков К.А. Математические модели динамики цены акций с эрланговскими скачками // Научный альманах. Вып. 16: Материалы VIII научно-практической конференции молодых ученых и студентов «Инновационный менеджмент в аэрокосмической промышленности». – М.: Изд-во «Доброе слово», 2012. – С. 156–161.
5. Казаков И.Е., Артемьев В.М., Бухалев В.А. Анализ систем случайной структуры. – М.: Физматлит, 1993.

*Боголюбовские чтения (DIF-2013). Международная конференция, Севастополь, 23–30 июня 2013 г.: Тез. докл. – Киев: Институт математики НАН Украины, 2013. – С. 317.