

Синтез оптимального управления стохастическими системами спектральным методом в базисе обобщенных функций Эрмита

В.А. Романов, К.А. Рыбаков
МАИ, Москва

Для представления функций рядами по ортогональным функциям на всем множестве действительных чисел широкое распространение получили полиномы и функции Эрмита.

При анализе стохастических систем управления спектральным методом более предпочтительным оказывается применение функций Эрмита, так как решение задачи анализа заключается в нахождении плотности вероятности вектора состояния, т.е. интегрируемой (а часто и квадратично интегрируемой) функции на множестве действительных чисел. Для решения задачи синтеза оптимального управления стохастическими системами ситуация несколько иная. Наряду с плотностью вероятности вектора состояния требуется найти и оптимальное управление – функцию, для которой условие квадратичной интегрируемости не выполняется. В этом случае используются полиномы Эрмита, но тогда плотность вероятности представляется полиномами и для нее, очевидно, не выполняются такие условия, как неотрицательность значений и условие нормировки. Другой проблемой при решении задачи синтеза оптимального управления является необходимость вычисления в ряде случаев спектральной характеристики оператора умножения на функцию, представляющую собой единицу, деленную на весовую функцию, относительно которой ортогональны функции базисной системы. В случае полиномов Эрмита вычисление этой характеристики вызывает ряд трудностей.

Предлагается рассмотреть систему обобщенных функций Эрмита, которые удобны как для представления плотности вероятности, поскольку они являются квадратично интегрируемыми на множестве действительных чисел, так и для представления оптимального управления, поскольку эти функции ортогональны с весовой функцией, аналогичной по структуре весовой функции полиномов Эрмита. Более того, полиномы Эрмита и функции Эрмита являются частным случаем рассматриваемых обобщенных функций Эрмита.

В работе получены рекуррентные соотношения для обобщенных функций Эрмита, их производных и первообразных, найдены формулы для расчета спектральных характеристик операторов умножения, дифференцирования и интегрирования (двумерных нестационарных передаточных функций элементарных звеньев систем управления: усилительного, дифференцирующего и интегрирующего). В качестве примера спектральным методом с использованием обобщенных функций Эрмита решена задача синтеза оптимальной двумерной стохастической системы при различной степени информированности о векторе состояния: найдено программное управление, управление с неполной и полной обратной связью.