Секция 1: Методология социологических исследований

Подсекция: «Анализ данных: методология и методы»

Полиграммные оценки моментов непрерывных случайных величин в социально-экономических исследованиях

Рыбаков К.А., к.ф.-м.н.; Академия менеджмента инноваций, Москва

Черепанов Е.В., к.т.н.; Академия менеджмента инноваций, Москва

Во многих социально-экономических исследованиях приходится иметь дело с переменными, которые трактуются как непрерывные случайные величины. В силу специфики применения стохастического формализма в социологических, маркетинговых и социально-экономических работах использование классических методов статистического анализа в этих областях некорректно и ненадежно [1], [2]. Остается использовать либо робастные, либо непараметрические методы. В приложениях хорошо зарекомендовали себя полиграммные методы оценивания.

Полиграмма K-го порядка, как непараметрическая, асимптотически нормальная и состоятельная оценка функции плотности вероятности $f(x)$ непрерывной случайной величины X, была предложена Ф.П. Тарасенко [3]. Пусть X представлена вариационным рядом $x_{(0)} \le x_{(1)} \le \ldots \le x_{(n-1)}$. Полиграмма K-го порядка вводится в виде $f_K(x) = \dfrac{1}{m}\sum_{j=0}^{m-1}\dfrac{I_j(x)}{\Delta_j}$, где $m = \left[\dfrac{K}{n}\right]$, $\Delta_j = x_{(K(j+1))} - x_{(Kj)}$, $I_j(x)$ – индикатор множества $[x_{(Kj)}, x_{(K(j+1))})$. В работе [4] обоснована общая теория полиграммного непараметрического оценивания интегральных функционалов, линейно зависящих от аналитически неизвестной плотности вероятности. В докладе изложено применение этого аппарата для оценки моментов случайной величины *X*.

Теорема.

Пусть: а) X определена на множестве действительных чисел и имеет на ней плотность вероятности $f(x)$, ограниченную вместе со своей первой производной; б) распределение X обладает первыми конечными моментами до четвертого порядка включительно; в) полиграммные оценки $\hat{J}_r$ $(r = 1, 2, \ldots)$ вычисляются по вариационному ряду для наблюдений X; г) порядок K полиграммных оценок связан с объемом выборки следующим образом: $K = n^{\gamma}$, где $0 < \gamma < 0.5$.

Тогда:

1) полиграммное выражение

$$\hat{J}_1 = \frac{1}{m}\sum_{j=0}^{m-1}\frac{(x_{(K(j+1))} - x_{(Kj)})\operatorname{sign}(\tau_j)}{\ln|x_{(K(j+1))}/x_{(Kj)}|}, \quad \tau_j \in [x_{(Kj)}, x_{(K(j+1))}),$$

является состоятельной и асимптотически нормальной оценкой математического ожидания $\mu = \int xf(x)dx$ случайной величины X;

2) полиграммное выражение

$$\hat{J}_2 = \frac{1}{m}\sum_{j=0}^{m-1}|x_{(K(j+1))}x_{(Kj)}| - \hat{J}_1^2$$

является состоятельной и асимптотически нормальной оценкой дисперсии $\sigma^2 = \int (x-\mu)^2 f(x)dx$ случайной величины X.

Аналогично оцениваются и моменты более высоких порядков.

Подчеркнем, что в ходе многочисленных социально-экономических работ были установлены высокая стабильность и хорошая точность приведенных оценок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мхитарян В.С.*, *Черепанов Е.В.* Проблемы прикладной социологии в их привязке к социально-экономическим исследованиям // Информатика, социология, экономика, менеджмент. Межвузовский сборник научных трудов под ред. проф. С.А. Клейменова и проф. Э.Н. Фетисова. Вып. 3, ч. 2. М.: Изд-во АМИ, 2006, с. 23–33.
2. *Черепанов Е.В.* К вопросу корректности использования стохастического формализма в социологических и социально-экономических исследованиях // Безопасность Евразии, 2007, № 2 (28), с. 386–402.
3. *Тарасенко Ф.П.* Непараметрическая статистика. Томск: Изд-во ТГУ, 1976.
4. *Тарасенко Ф.П.*, *Черепанов Е.В.* Полиграммные оценки линейных функционалов // Математическая статистика и ее приложения. Вып. X. Томск: Изд-во ТГУ, 1986, с. 204–211.