

О прогнозировании состояний нелинейных стохастических систем диффузионного типа с помощью статистического моделирования

К. А. Рыбаков

Москва, МАИ

e-mail: rkoffice@mail.ru

Основная цель исследования состоит в разработке алгоритмов прогнозирования состояний нелинейных стохастических систем диффузионного типа [1] на основе рассмотренных ранее методов и алгоритмов оптимальной нелинейной фильтрации. В [2, 3] было предложено решать задачу оптимальной нелинейной фильтрации как задачу анализа вспомогательных стохастических систем с обрывами и ветвлениями траекторий. Такой подход к решению задачи фильтрации основан на интерпретации одного из слагаемых в уравнении Дункана–Мортенсена–Закаи или его робастного варианта как функции поглощения и восстановления траекторий. Решением указанных уравнений являются две различные ненормированные апостериорные плотности распределения. Решение уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи — это ненормированная плотность вероятности, характеризующая распределение состояния объекта наблюдения, а по решению робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи можно получить ненормированную плотность вероятности состояния объекта наблюдения, используя замену.

Решение задачи анализа вспомогательных стохастических систем с обрывами и ветвлениями траекторий можно найти приближенно с помощью статистического моделирования, применяя методы численного решения стохастических дифференциальных уравнений и методы моделирования неоднородных пуассоновских потоков событий (обрывы и ветвления образуют неоднородные пуассоновские потоки событий с интенсивностями, зависящими от текущего измерения). По результатам моделирования траекторий вспомогательной стохастической системы можно оценить апостериорную плотность вероятности при фиксированных измерениях, а по ней найти оптимальную оценку состояния объекта наблюдения, используя различные критерии оптимальности оценивания.

Теория управления и математическое моделирование. Всероссийская конференция с международным участием, посвященная памяти проф. Н.В. Азбелева и проф. Е.Л. Тонкова, Ижевск, 9-11 июня 2015 г.: Тез. докл. – Ижевск.: Изд-во «Удмуртский университет», 2015. – С. 297–299.

Например, при использовании критерия минимума среднеквадратической ошибки оценивания и вспомогательной стохастической системы на основе уравнения Дункана – Мортенсена – Закаи оценка текущего состояния может быть получена в результате усреднения по ансамблю траекторий системы, отличающейся от исходного объекта наблюдения только тем, что ее траектории обрываются и разветвляются в случайные моменты времени, распределение которых определяется результатами измерений оцениваемого состояния. Прогноз состояния можно получить, если продолжить моделирование без обрывов и ветвлений траектории, используя сформированную к текущему моменту времени выборку состояний вспомогательной стохастической системы и усредняя по полученному в результате ансамблю траекторий. Если брать за основу робастное уравнение Дункана – Мортенсена – Закаи, то по выборке состояний вспомогательной стохастической системы оценивается плотность распределения, с учетом количества обрывов и ветвлений она заменяется ненормированной плотностью и затем осуществляется переход к нормированной апостериорной плотности вероятности состояния исходного объекта наблюдения. По этой плотности вероятности можно получить оценку текущего состояния объекта наблюдения, сформировать выборку состояний и, используя ее в качестве начальных данных, моделировать новый ансамбль траекторий, по которому оценивается апостериорная плотность вероятности будущего состояния и вычисляется прогноз состояния.

Для апробации предложенных алгоритмов прогнозирования состояний нелинейных стохастических систем диффузионного типа разработано программное обеспечение, решены модельные задачи прогнозирования состояний одномерных стохастических систем наблюдения в фиксированный момент времени и с фиксированным упреждением по времени.

Работа поддержана РФФИ, проект №13–08–00323–а.

1. *Тихонов В.И., Кульман Н.К.* Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М.: Советское радио, 1975.
2. *Рыбаков К.А.* Сведение задачи нелинейной фильтрации к задаче анализа стохастических систем с обрывами и ветвлениями траекторий // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2012. № 3. С. 91–110.
3. *Рыбаков К.А.* Приближенное решение задачи оптимальной нелинейной фильтрации для стохастических дифференциальных систем методом статистических испытаний // Сибирский журнал вычислительной математики. 2013. Т. 16, № 4. С. 377–391.