

**Моделирование траекторий ветвящихся процессов
для фильтрации сигналов в стохастических дифференциальных системах**

К.А. Рыбаков

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Для решения задачи оптимальной фильтрации сигналов в стохастических дифференциальных системах (задачи приближенного восстановления вектора состояния по результатам измерений на фоне помех) предлагаются алгоритмы, основанные на моделировании траекторий специального ветвящегося случайного процесса, допускающего обрывы отдельных ветвей [1].

Переход от задачи фильтрации к задаче анализа стохастических систем с обрывами и ветвлениями траекторий основан на общности уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи, описывающего динамику ненормированной апостериорной плотности вероятности оцениваемого вектора состояния (уравнение рассматривается при фиксированных измерениях), и обобщенного уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова для ненормированной плотности вероятности вектора состояния в стохастических системах с поглощением и восстановлением реализаций, образующими пуассоновские потоки событий [2, 3].

Решение задачи анализа стохастических систем с обрывами и ветвлениями траекторий может быть найдено приближенно с помощью методов численного решения стохастических дифференциальных уравнений и методов моделирования неоднородных пуассоновских процессов. Каждая из ветвей моделируемой траектории ветвящегося случайного процесса, рассматриваемая отдельно, представляет собой часть траектории процесса, описываемого тем же уравнением, что и объект наблюдения, при этом результат измерений оцениваемого вектора состояния влияет на распределение моментов времени обрывов и появления новых ветвей.

При использовании критерия минимума среднеквадратической ошибки оценивания оптимальная оценка может быть получена в результате усреднения по полученному в результате моделирования пучку траекторий, кроме того нетрудно оценить и апостериорную плотность вероятности (при фиксированных измерениях), что дает возможность применять и другие критерии, например, критерий максимума апостериорной плотности вероятности.

При моделировании траекторий специального ветвящегося случайного процесса на основе уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи интенсивности обрывов и ветвлений, вообще говоря, могут быть сколь угодно большими даже при жестких ограничениях на функции, определяющие модели объекта наблюдения и измерительной системы, что затрудняет моделирование и снижает точность оценивания. Поэтому в перспективе предлагается использовать общность робастного уравнения Дункана–Мортенсена–Закаи [3], полученного посредством замены переменной (ненормированной апостериорной плотности вероятности), и обобщенного уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова. В этом случае указанный недостаток будет отсутствовать, хотя результат измерений оцениваемого вектора состояния будет не только влиять на распределение моментов времени обрывов и появления новых ветвей, но и определять поведение траекторий между ветвлениями.

Литература

1. *Рыбаков К.А.* Сведение задачи нелинейной фильтрации к задаче анализа стохастических систем с обрывами и ветвлениями траекторий // Дифференциальные уравнения и процессы управления. – 2012. – № 3. – С. 91–110. – <http://www.math.spbu.ru/diffjournal> (30.09.12).
2. *Тихонов В.И., Кульман Н.К.* Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. – М.: Советское радио, 1975. – 704 с.
3. *Hazewinkel M.* Lectures on Linear and Nonlinear Filtering // Analysis and Estimation of Stochastic Mechanical Systems (ed. by W.O. Schiehlen, W. Wedig). – Springer-Verlag, 1988. – P. 103–136.