

УДК 621.391

Анализ систем с переменной структурой в классе обобщенных характеристических функций

К.А. Рыбаков, И.Л. Сотскова

Рассматривается новый подход к решению задачи теоретико-вероятностного анализа многомерных стохастических систем с переменной структурой, т.е. систем, для которых характерно скачкообразное изменение отдельных параметров или структуры в целом. Предлагается использование спектральной формы математического описания систем [2,5,6,7]. В работе приведены уравнения и алгоритм решения задачи в спектральной области.

Постановка задачи

Система описывается стохастическим дифференциальным уравнением Ито:

$$dX = f^{<k>}(t, X(t))dt + \sigma^{<k>}(t, X(t))dW(t), \quad k=1,2,\dots,N, \quad X(t_0) = X_0, \quad (1)$$

где $X \in \mathbb{R}^n$ - вектор состояния, $W(t)$ - α -мерный стандартный винеровский случайный процесс, не зависящий от X_0 ; $f^{<k>}(t, x)$ - вектор-функции размера $n \times 1$, $\sigma^{<k>}(t, x)$ - матричная функция размера $n \times \alpha$, k - номер структуры, N - число структур мультиструктурной системы, $t \in T = [t_0, t_1]$.

Начальное состояние системы X_0 задается плотностью вероятности $p_0^{<k>}(x)$ ($k=1,2,\dots,N$).

Поглощение реализаций случайного процесса при переходе от k -ой структуры к r -ой характеризуется функцией $v_{kr}(t, x)$, а восстановление реализаций из r -ой структуры в k -ую функцией $u_{rk}(t, x)$ соответственно, и в общем случае они определяются так:

$$v_{kr}(t, x) = V_{kr}(t, x)p^{<k>}(t, x), \quad u_{rk}(t, x) = U_{rk}(t, x)p^{<r>}(t, x), \quad (2)$$

где $V_{kr}(t, x)$ и $U_{rk}(t, x)$ - некоторые операторы, $p^{<k>}(t, x) = p(t, x, k)$ - совместная плотность вероятности смешанного вектора состояния $(X \ K)^T$, состоящего из компонент вектора состояния и номера структуры.

Функции $v_{kr}(t, x)$ образуют матричную функцию поглощения с нулевыми диагональными элементами, а $u_{rk}(t, x)$, соответственно, матричную функцию восстановления (также с нулевыми диагональными элементами):

$$v(t, x) = \begin{pmatrix} 0 & v_{12}(t, x) & \dots & v_{1N}(t, x) \\ v_{21}(t, x) & 0 & \dots & v_{2N}(t, x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{N1}(t, x) & v_{N2}(t, x) & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad u(t, x) = \begin{pmatrix} 0 & u_{21}(t, x) & \dots & u_{N1}(t, x) \\ u_{12}(t, x) & 0 & \dots & u_{N2}(t, x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{1N}(t, x) & u_{2N}(t, x) & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

В случае восстановления реализаций случайного процесса без потерь выполняется равенство $v(t, x) = u^T(t, x)$.

Классификация систем с переменной структурой и возможные аналитические выражения для функций поглощения и восстановления подробно рассмотрены в [1].

Задача теоретико-вероятностного анализа состоит в следующем: по заданному уравнению системы (1), операторам $V_{kr}(t, x)$ и $U_{rk}(t, x)$ и распределению начального состояния найти совместную плотность вероятности $p(t, x, k)$ ($k, r = 1, 2, \dots, N$).

Уравнения для плотностей вероятности

Совместная плотность вероятности $p^{<k>}(t, x)$ удовлетворяет обобщенному уравнению Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК) [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(p^{<k>}(t, x)) = & - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (f_i^{<k>}(t, x) p^{<k>}(t, x)) + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (g_{ij}^{<k>}(t, x) p^{<k>}(t, x)) - \sum_{r=1}^N v_{kr}(t, x) + \sum_{r=1}^N u_{rk}(t, x), \end{aligned} \quad (3)$$

$k = 1, 2, \dots, N,$

в котором $g_{ij}^{<k>}(t, x) = \sum_{r=1}^{\alpha} \sigma_{ir}^{<k>}(t, x) \sigma_{jr}^{<k>}(t, x)$ - элементы матрицы диффузии.

Начальные и краевые условия для обобщенного уравнения ФПК:

$$\begin{aligned} p^{<k>}(t, x) \Big|_{t=t_0} &= p_0^{<k>}(x), \\ p^{<k>}(t, x) \Big|_{x=\pm\infty} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$k = 1, 2, \dots, N.$

Вероятность нахождения системы в k -ом состоянии (структуре) $P^{<k>}(t)$ вычисляется так:

$$P^{<k>}(t) = \int_{\mathbb{R}^n} p^{<k>}(t, x) dx,$$

и совместная плотность вероятности удовлетворяет условию нормировки:

$$\sum_{k=1}^N \int_{\mathbb{R}^n} p^{<k>}(t, x) dx = \sum_{k=1}^N P^{<k>}(t) = 1.$$

Таким образом, исходная задача сводится к системе дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа (3) с начальным условием и условиями на границе (4). Для решения задачи (3), (4) применим математический аппарат спектрального метода, использование которого позволяет свести исходную систему дифференциальных уравнений к системе линейных алгебраических уравнений и получить решение в явном виде.

Анализ систем с переменной структурой в спектральной области

В основе спектрального метода лежит представление функций совокупностью коэффициентов разложения в обобщенный ряд Фурье. Произвольной функции $h(t, x) \in L_2(\Omega)$ соответствует гипервектор $H(n+1, 0)$, а оператору \mathcal{A} , определенному на пространстве $L_2(\Omega)$, соответствует многомерная матрица $A(n+1, n+1)$:

$$\mathcal{S} [h(t, x)] = \{H_m\}, H_m = (h, e_m)_{L_2(\Omega)},$$

$$\mathcal{S} [\mathcal{A}] = \{A_{ml}\}, A_{ml} = (\mathcal{A}e_m, e_l)_{L_2(\Omega)},$$

где $\{e_m\}$ - ортонормированный базис пространства $L_2(\Omega)$, $\Omega = T \times \mathbb{R}^n$, $m, l = (j, i_1, \dots, i_n)$ - мультииндексы ($j, i_1, \dots, i_n = 0, 1, \dots$). Через $M(p, q)$ обозначается многомерная матрица [4] размерности $p+q$, имеющая p строчных и q столбцовых индексов. При таких обозначениях плоская матрица записывается как $M(1, 1)$, а вектор-столбец - $V(1, 0)$.

Если $\{q(j, t)\}_{j=0}^{\infty}$ - ортонормированный базис пространства $L_2(T)$, $\{p_1(i_1, x_1)\}_{i_1=0}^{\infty}, \dots,$

$\{p_n(i_n, x_n)\}_{i_n=0}^{\infty}$ - ортонормированные базисы пространства $L_2(\mathbb{R})$, то

$$(h, e_m)_{L_2(\Omega)} = \int_T dt \int_{\mathbb{R}^n} h(t, x) q(j, t) p(i, x) dx,$$

где $p(i, x) = p_1(i_1, x_1) \dots p_n(i_n, x_n)$ - базис пространства $L_2(\mathbb{R}^n)$.

Обратное спектральное преобразование определяется следующим образом:

$$h(t, x) = \mathcal{S}^{-1}[H] = \sum_m H_m e_m = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i_1=0}^{\infty} \dots \sum_{i_n=0}^{\infty} H_{j, i_1, \dots, i_n} q(j, t) p_1(i_1, x_1) \dots p_n(i_n, x_n).$$

Аналогом обобщенного уравнения ФПК (2) в спектральной области является уравнение обобщенной характеристической функции [6,7]:

$$\begin{aligned}
& P^t(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<k>}(n+1, 0) - q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<k>}(n, 0) = \\
& = - \sum_{i=1}^n P_i^x(n+1, n+1) \cdot F_i^{<k>}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<k>}(n+1, 0) + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n P_{ij}^{xx}(n+1, n+1) \cdot G_{ij}^{<k>}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<k>}(n+1, 0) - \\
& - \sum_{r=1}^N V_{kr}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<k>}(n+1, 0) + \sum_{r=1}^N U_{rk}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<r>}(n+1, 0), \\
& k = 1, 2, \dots, N,
\end{aligned} \tag{5}$$

где $P^t(n+1, n+1)$ соответствует оператору $\frac{\partial}{\partial t}[\dots]$, а $P_i^x(n+1, n+1)$ и $P_{ij}^{xx}(n+1, n+1)$ операторам $\frac{\partial}{\partial x_i}[\dots]$ и $\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}[\dots]$; $F_i^{<k>}(n+1, n+1)$ и $G_{ij}^{<k>}(n+1, n+1)$ - многомерные нестационарные передаточные функции [5,6,7] усилительных звеньев с коэффициентами усиления $f_i^{<k>}(t, x)$ и $g_{ij}^{<k>}(t, x)$; $\Phi^{<k>}(n+1, 0)$ - обобщенная характеристическая функция [6,7] (нестационарная спектральная характеристика [5] искомой плотности вероятности), $\Phi_0^{<k>}(n, 0)$ - нестационарная спектральная характеристика функции $p_0^{<k>}(x)$; $q(1, 0; t_0)$ - вектор значений базисных функций пространства $L_2(T)$ в точке t_0 ; $V_{kr}(n+1, n+1)$ и $U_{rk}(n+1, n+1)$ многомерные нестационарные передаточные функции, соответствующие операторам $V_{kr}(t, x)$ и $U_{rk}(t, x)$.

Приведем также явный вид операторов $P^t(n+1, n+1)$, $P_i^x(n+1, n+1)$, $P_{ij}^{xx}(n+1, n+1)$:

$$\begin{aligned}
P^t(n+1, n+1) &= P(1, 1) \otimes \overbrace{E(1, 1) \otimes \dots \otimes E(1, 1)}^n, \\
P_i^x(n+1, n+1) &= E(1, 1) \otimes \overbrace{E(1, 1) \otimes \dots \otimes \underbrace{(-\mathcal{P}^T(1, 1))}_i \otimes \dots \otimes E(1, 1)}^n, \\
P_{ij}^{xx}(n+1, n+1) &= E(1, 1) \otimes \overbrace{E(1, 1) \otimes \dots \otimes \underbrace{(-\mathcal{P}^T(1, 1))}_i \otimes \dots \otimes \underbrace{(-\mathcal{P}^T(1, 1))}_j \otimes \dots \otimes E(1, 1)}^n,
\end{aligned}$$

где $P(1, 1)$ - двумерная нестационарная передаточная функция дифференцирующего звена 1-ого рода [5] в базисе пространства $L_2(T)$, $\mathcal{P}(1, 1)$ - двумерная нестационарная передаточная функция дифференцирующего звена 2-ого рода [5] в базисе пространства $L_2(\mathbb{R})$, $E(1, 1)$ - плоская единичная матрица.

Систему (5) можно переписать следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{11}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<1>}(n+1, 0) + \dots + A_{1N}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<N>}(n+1, 0) = \\ \quad = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<1>}(n, 0), \\ \dots \\ A_{N1}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<1>}(n+1, 0) + \dots + A_{NN}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<N>}(n+1, 0) = \\ \quad = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<N>}(n, 0), \end{array} \right. \quad (6)$$

где

$$A_{kr}(n+1, n+1) = \left\{ \begin{array}{l} P^t(n+1, n+1) + \sum_{i=1}^n P_i^x(n+1, n+1) \cdot F_i^{<k>}(n+1, n+1) - \\ - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n P_{ij}^{xx}(n+1, n+1) \cdot G_{ij}^{<k>}(n+1, n+1) + \sum_{r=1}^N V_{kr}(n+1, n+1), \quad k=r, \\ -U_{rk}(n+1, n+1), \quad k \neq r, \end{array} \right.$$

$k, r = 1, 2, \dots, N$.

Обозначим через $A(n+2, n+2)$ многомерную матрицу, имеющую $n+2$ строчных и $n+2$ столбцовых индексов

$$A(n+2, n+2) = \left(\begin{array}{c|c|c} A_{11}(n+1, n+1) & \dots & A_{1N}(n+1, n+1) \\ \hline \dots & & \dots \\ \hline A_{N1}(n+1, n+1) & \dots & A_{NN}(n+1, n+1) \end{array} \right), \quad (7)$$

аналогично

$$\Phi(n+2, 0) = \left(\begin{array}{c} \Phi^{<1>}(n+1, 0) \\ \dots \\ \Phi^{<N>}(n+1, 0) \end{array} \right), \quad B(n+2, 0) = \left(\begin{array}{c} q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<1>}(n, 0) \\ \dots \\ q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<N>}(n, 0) \end{array} \right), \quad (8)$$

тогда система (6) примет вид:

$$A(n+2, n+2) \cdot \Phi(n+2, 0) = B(n+2, 0), \quad (9)$$

и в этом случае решение задачи анализа в спектральной области можно явно выразить:

$$\Phi(n+2, 0) = A^{-1}(n+2, n+2) \cdot B(n+2, 0). \quad (10)$$

Для получения совместной плотности распределения в пространственно-временной области применим формулу обратного спектрального преобразования:

$$p^{<k>}(t, x) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{i_1=0}^{\infty} \dots \sum_{i_n=0}^{\infty} \Phi_{j, i_1, \dots, i_n}^{<k>} q(j, t) p_1(i_1, x_1) \dots p_n(i_n, x_n), \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (11)$$

Целесообразно рассмотреть возможные частные случаи системы уравнений (6). Если система состоит из двух структур ($N = 2$), то решение задачи анализа можно получить достаточно просто без перехода к многомерным матрицам более высокой размерности.

Рассмотрим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} A_{11}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<1>}(n+1, 0) + A_{12}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<2>}(n+1, 0) = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<1>}(n, 0), \\ A_{21}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<1>}(n+1, 0) + A_{22}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<2>}(n+1, 0) = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<2>}(n, 0). \end{cases} \quad (12)$$

Выражая $\Phi^{<2>}(n+1, 0)$ из второго уравнения системы (12) и, подставляя в первое, получим, что

$$\Phi^{<1>}(n+1, 0) = \left[A_{11}(n+1, n+1) - A_{12}(n+1, n+1) \cdot A_{22}^{-1}(n+1, n+1) \cdot A_{21}(n+1, n+1) \right]^{-1} \times \\ \times \left[q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<1>}(n, 0) - A_{12}(n+1, n+1) \cdot A_{22}^{-1}(n+1, n+1) \cdot \left(q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<2>}(n, 0) \right) \right],$$

аналогично получается выражение для $\Phi^{<2>}(n+1, 0)$:

$$\Phi^{<2>}(n+1, 0) = \left[A_{22}(n+1, n+1) - A_{21}(n+1, n+1) \cdot A_{11}^{-1}(n+1, n+1) \cdot A_{12}(n+1, n+1) \right]^{-1} \times \\ \times \left[q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<2>}(n, 0) - A_{21}(n+1, n+1) \cdot A_{11}^{-1}(n+1, n+1) \cdot \left(q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<1>}(n, 0) \right) \right].$$

Вторым важным случаем являются системы, в которых возможны только однонаправленные переходы между структурами. Подобные задачи возникают при анализе систем с возможными нарушениями (отказ оборудования). При такой постановке задачи матрица поглощения будет верхней треугольной, а матрица восстановления, соответственно, нижней треугольной, и тогда система (6) примет вид:

$$\begin{cases} A_{11}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<1>}(n+1, 0) = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<1>}(n, 0), \\ A_{21}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<1>}(n+1, 0) + A_{22}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<2>}(n+1, 0) = \\ = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<2>}(n, 0), \\ \dots \\ A_{N1}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<1>}(n+1, 0) + \dots + A_{NN}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<N>}(n+1, 0) = \\ = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<N>}(n, 0). \end{cases} \quad (13)$$

Решение этой системы также возможно без перехода к многомерным матрицам более высокой размерности, оно заключается в последовательном выражении неизвестных $\Phi^{<k>}(n+1, 0)$, начиная с $\Phi^{<1>}(n+1, 0)$, т.е.

$$\begin{aligned} \Phi^{<1>}(n+1, 0) &= A_{11}^{-1}(n+1, n+1) \cdot \left(q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<1>}(n, 0) \right), \\ \Phi^{<2>}(n+1, 0) &= A_{22}^{-1}(n+1, n+1) \cdot \left(q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<2>}(n, 0) - A_{21}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<1>}(n+1, 0) \right), \\ &\dots \\ \Phi^{<N>}(n+1, 0) &= A_{NN}^{-1}(n+1, n+1) \cdot \left(q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<N>}(n, 0) - \sum_{r=1}^{N-1} A_{Nr}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<r>}(n+1, 0) \right). \end{aligned}$$

Третий случай – это системы, в которых возможны переходы только между соседними структурами, т.е. матрица (7) имеет трехдиагональную структуру и система (6) примет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{11}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<1>}(n+1, 0) + A_{12}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<2>}(n+1, 0) = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<1>}(n, 0), \\ A_{21}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<1>}(n+1, 0) + A_{22}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<2>}(n+1, 0) + \\ \quad + A_{23}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<3>}(n+1, 0) = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<2>}(n, 0), \\ \dots \\ A_{N, N-1}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<N-1>}(n+1, 0) + A_{NN}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<N>}(n+1, 0) = \\ \quad = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<N>}(n, 0). \end{array} \right. \quad (14)$$

Решение (14) проводится в два этапа аналогично методу прогонки; прямой ход:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{A}_{11}(n+1, n+1) = A_{11}(n+1, n+1), \\ \tilde{B}_1(n+1, 0) = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<1>}(n, 0), \\ \tilde{A}_{kk}(n+1, n+1) = A_{kk}(n+1, n+1) - A_{k, k-1}(n+1, n+1) \cdot \tilde{A}_{k-1, k-1}^{-1}(n+1, n+1) \cdot A_{k-1, k}(n+1, n+1), \\ \tilde{B}_k(n+1, 0) = q(1, 0; t_0) \otimes \Phi_0^{<k>}(n, 0) - A_{k, k-1}(n+1, n+1) \cdot \tilde{A}_{k-1, k-1}^{-1}(n+1, n+1) \cdot \tilde{B}_{k-1}(n+1, 0), \\ k = 2, 3, \dots, N. \end{array} \right.$$

Обратный ход:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi^{<N>}(n+1, 0) = \tilde{A}_{NN}^{-1}(n+1, n+1) \cdot \tilde{B}_N(n+1, 0), \\ \Phi^{<k-1>}(n+1, 0) = \tilde{A}_{k-1, k-1}^{-1}(n+1, n+1) \cdot [\tilde{B}_{k-1}(n+1, 0) - A_{k-1, k}(n+1, n+1) \cdot \Phi^{<k>}(n+1, 0)], \\ k = N, \dots, 2. \end{array} \right.$$

Алгоритм решения задачи анализа спектральным методом

1. Выбрать систему базисных функций $\{q(j, t)\}_{j=0}^{\infty}$, $\{p_1(i_1, x_1)\}_{i_1=0}^{\infty}$, ..., $\{p_n(i_n, x_n)\}_{i_n=0}^{\infty}$.
2. Найти спектральные характеристики всех элементов, входящих в обобщенное уравнение ФПК (3). В частности, двумерные нестационарные передаточные функции дифференцирующих звеньев, усилительных звеньев с соответствующими коэффициентами усиления.
3. Записать спектральный аналог обобщенного уравнения ФПК (5). Решить полученную систему линейных алгебраических уравнений (9).
4. По формуле обратного спектрального преобразования (11) получить ответ задачи в пространственно-временной области.

Для автоматизации решения задач спектральным методом, математическая модель которых включает обыкновенные дифференциальные уравнения или уравнения в частных производных, разработано программное обеспечение “Спектральный калькулятор” [3].

В качестве примера рассмотрим систему с двумя структурами:

$$dX = \text{sign}(x) dt + dW(t),$$

$$dX = -\text{sign}(x) dt + dW(t),$$

$$p^{<1>}(t, x)|_{t=0} = N(x; \mu = 0; \sigma = 1) \text{ (нормальное распределение), } p^{<2>}(t, x)|_{t=0} = 0,$$

$$p^{<1>}(t, x)|_{x=\pm\infty} = p^{<2>}(t, x)|_{x=\pm\infty} = 0,$$

$$t \in [0, 1], x \in \mathbb{R},$$

Переход характеризуется марковским процессом с плотностью вероятности, не зависящей от фазовых координат:

$$v_{12}(t, x) = u_{12}(t, x) = \gamma(t) p^{<1>}(t, x),$$

$$v_{21}(t, x) = u_{21}(t, x) = \gamma(t) p^{<2>}(t, x),$$

$$\gamma(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Базисные функции и порядок усечения [3]: по времени t полиномы Лежандра, ортогональные на отрезке $[0, 1]$, усечение – 12; по фазовой координате x функции Эрмита, усечение – 12. Результаты представлены в виде графиков – сечений функций $p^{<1>}(t, x)$ и $p^{<2>}(t, x)$ по времени (при $\lambda = 2$):

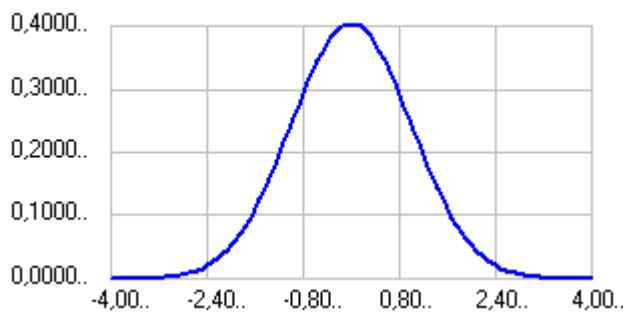


Рис. 1а. График $p^{<1>}(t = 0.00, x)$.

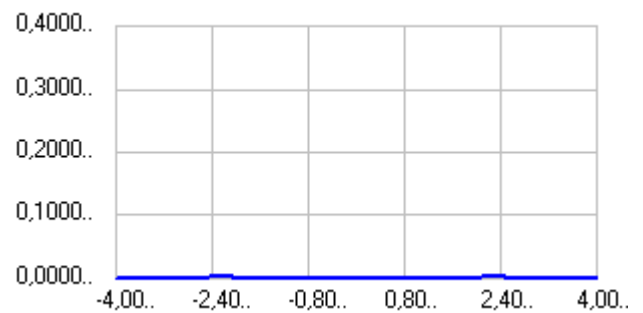


Рис. 1б. График $p^{<2>}(t = 0.00, x)$.

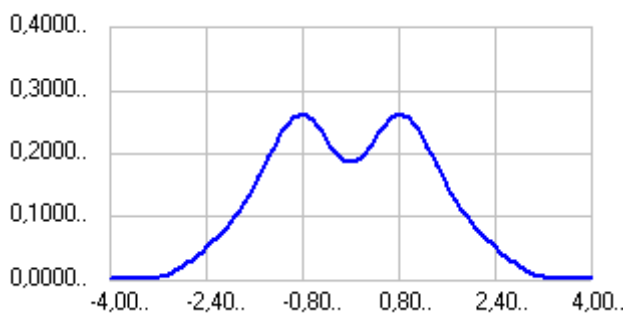


Рис. 2а. График $p^{<1>}(t = 0.25, x)$.

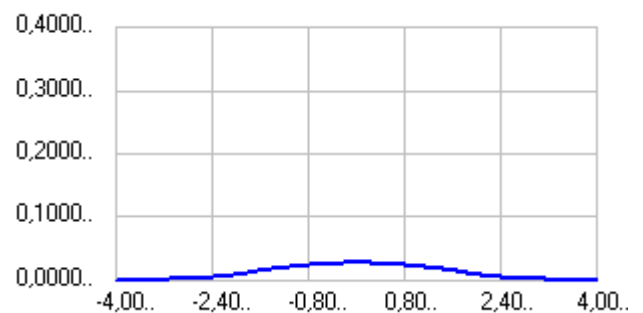


Рис. 2б. График $p^{<2>}(t = 0.25, x)$.

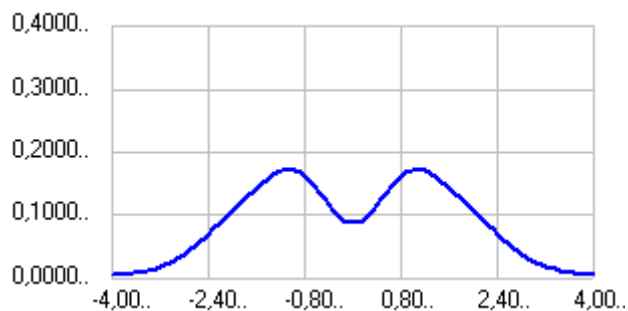


Рис. 3а. График $p^{<1>}(t = 0.50, x)$.

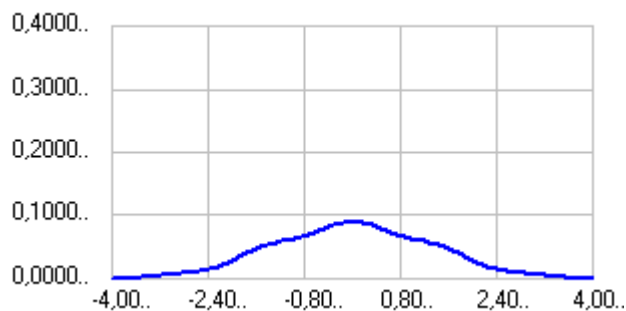


Рис. 3б. График $p^{<2>}(t = 0.50, x)$.

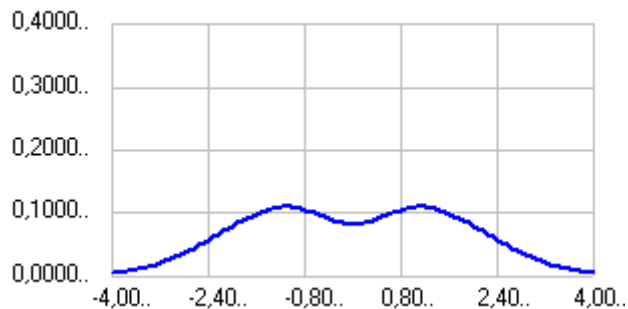


Рис. 4а. График $p^{<1>}(t = 0.75, x)$.

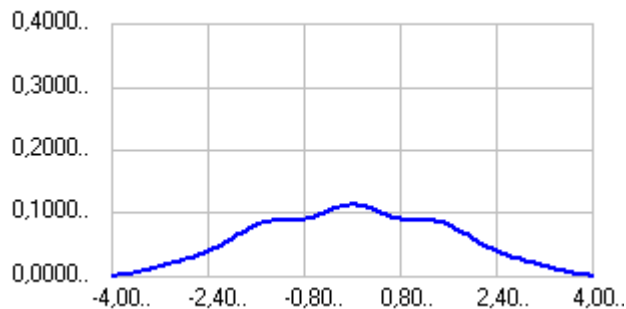


Рис. 4б. График $p^{<2>}(t = 0.75, x)$.

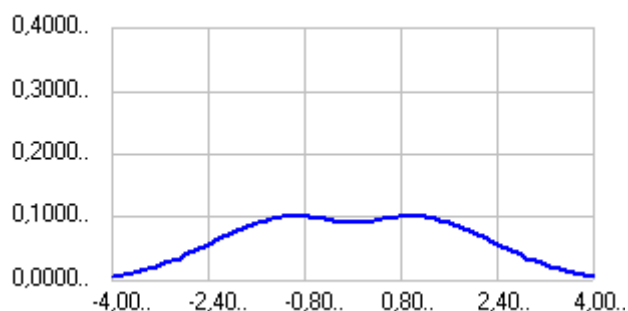


Рис. 5а. График $p^{<1>}(t = 1.00, x)$.

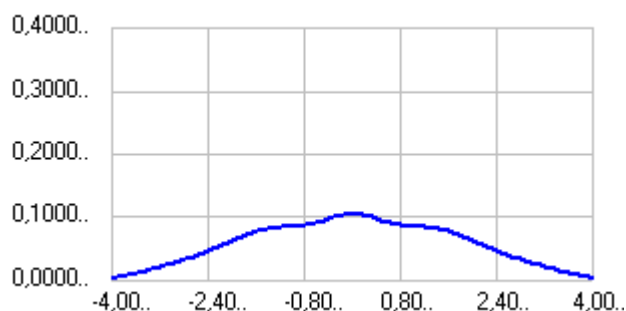


Рис. 5б. График $p^{<2>}(t = 1.00, x)$.

Вероятность нахождения системы в одном из двух состояний:

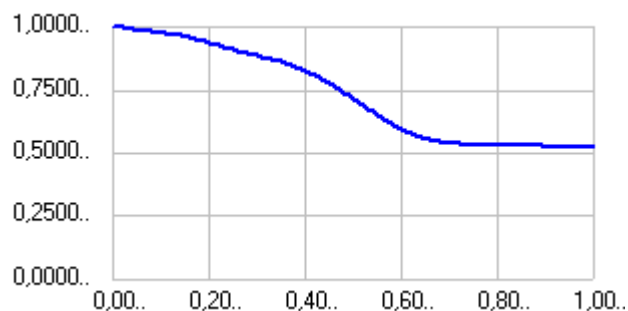


Рис. 6а. График $P^{<1>}(t)$.

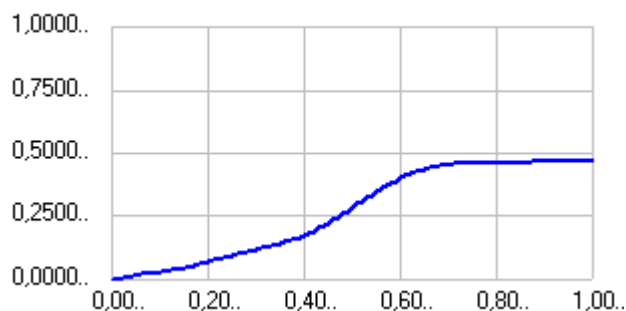


Рис. 6б. График $P^{<2>}(t)$.

Список литературы

1. Казаков И.Е. Статистическая динамика систем с переменной структурой. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
2. Рыбаков К.А., Сотскова И.Л. Спектральный метод анализа многомерных стохастических логико-динамических систем. // Нелинейный динамический анализ. Международный конгресс, Москва. 2002: Тез. докл. – М.: МАИ, 2002. – с. 196.
3. Рыбаков К.А. Программное обеспечение спектральных преобразований “Спектральный калькулятор”. – <http://rkit.chat.ru/spectrum> (28.01.03)
4. Соколов Н.П. Введение в теорию многомерных матриц. – М.: Наука, 1972. – 354 с.
5. Солодовников В.В., Семенов В.В., Пешель М., Недо Д. Расчет систем управления на ЦВМ: спектральный и интерполяционный методы. – М.: Машиностроение, 1979. – 664 с.
6. Сотскова И.Л. О спектральной форме представления задачи анализа логико-динамических систем. / Моск. авиационный ин-т. – Деп. в ВИНТИ. – 21.08.97, № 2427. – 12с.
7. Сотскова И.Л. Применение аппарата обобщенной характеристической функции к анализу стохастических систем управления ЛА. // Задачи стохастического управления: Тем. сб. науч. тр. – М.: МАИ, 1986. – с. 71-78.

*Рыбаков Константин Александрович, аспирант кафедры математической кибернетики Московского авиационного института (государственного технического университета);
E-mail: rkoffice@mail.ru*

*Сотскова Ирина Леонидовна, доцент кафедры математической кибернетики Московского авиационного института (государственного технического университета), к.ф.-м.н.;
Контактный телефон: 158-48-11*