ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

К.А. Рыбаков

Расчетная система Spectrum предназначена для решения различных задач теории автоматического управления спектральным методом [1], позволяющим свести исходную задачу, математическая модель которой содержит дифференциальные или разностные уравнения и интегральные соотношения, к системе алгебраических уравнений.

Основные модули программы и схема их взаимодействия показаны на рис. 1. Ядром системы являются модуль спектральных преобразований и интерпретатор алгоритма вычислений в спектральной области.

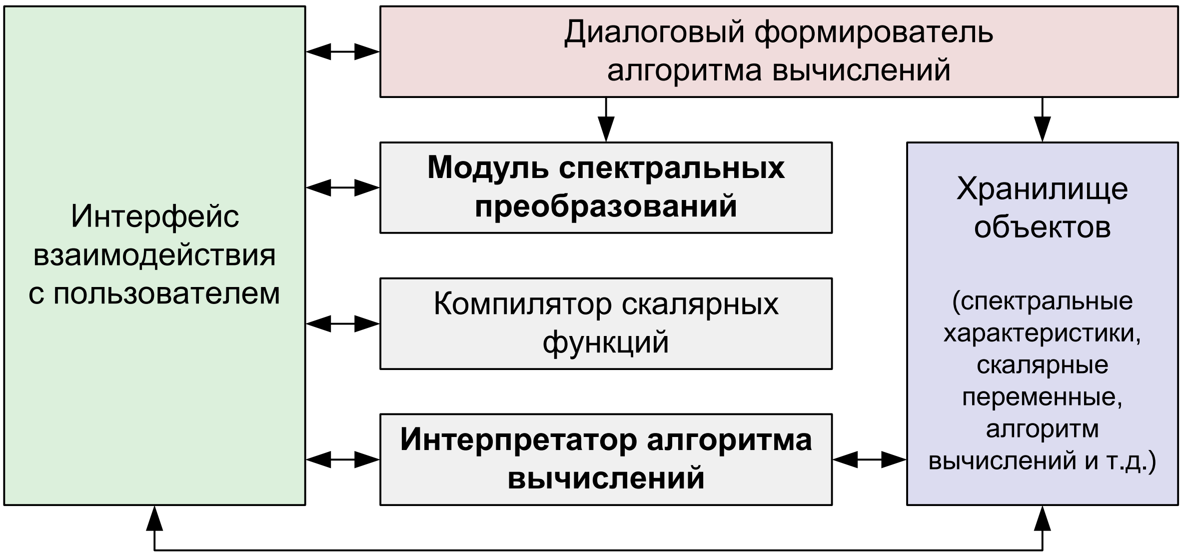

Рис. 1. Логическая структура Spectrum.

Для приближенно-аналитического решения задач анализа выходных процессов и синтеза оптимального управления модуль спектральных преобразований позволяет:

- рассчитывать двумерные нестационарные передаточные функции элементарных непрерывных (дискретных) звеньев: дифференцирующего (разностного), интегрирующего (суммирующего), усилительного и звена чистого сдвига, а также трехмерную нестационарную передаточную функцию множительного звена, представляя их в виде усеченных матриц соответствующей размерности;

- рассчитывать двумерные нестационарные передаточные функции непрерывно-дискретных звеньев: дискретного элемента с бесконечно малым временем замыкания (звено с непрерывным входом и дискретным выходом), экстраполятора нулевого порядка (дискретный вход, непрерывный выход), представляя их в виде усеченных матриц;
- рассчитывать нестационарные спектральные характеристики непрерывных и дискретных типовых воздействий (ступенчатая функция $1(t-\tau)$, импульсная функция $\delta(t-\tau)$, t^n, $\sin(\omega t+\phi)$, $e^{\alpha t}$ и др.), а также плотности вероятности равномерного распределения на заданном отрезке и нормального распределения с параметрами μ и σ, представляя их в виде усеченных векторов;
- рассчитывать многомерные нестационарные спектральные характеристики произвольных функций нескольких переменных, задаваемых как суперпозиции элементарных функций, представляя их в виде усеченных векторов соответствующей размерности (для вычислений используется компилятор скалярных функций векторного аргумента);
- рассчитывать нестационарные спектральные плотности непрерывных и дискретных типовых случайных воздействий (например, белого шума с заданной спектральной плотностью), представляя их в виде усеченных векторов и матриц (для первой и второй нестационарных спектральных плотностей соответственно);
- вычислять значения базисных функций, представляя их в виде усеченного вектора или матрицы (значения базисных функций на равномерной сетке для построения графиков (см. рис. 2));
- проводить обратное спектральное преобразование одномерных и многомерных нестационарных спектральных характеристик, представляя результат в виде матрицы значений функции (оригинала) на равномерной сетке.

Численное интегрирование при расчете нестационарных спектральных характеристик производится методом трапеций с последующим применением метода Рунге-Ромберга-Ричардсона повышения порядка точности, для вычисления интегралов по неограниченному множеству используется квазиравномерная сетка.

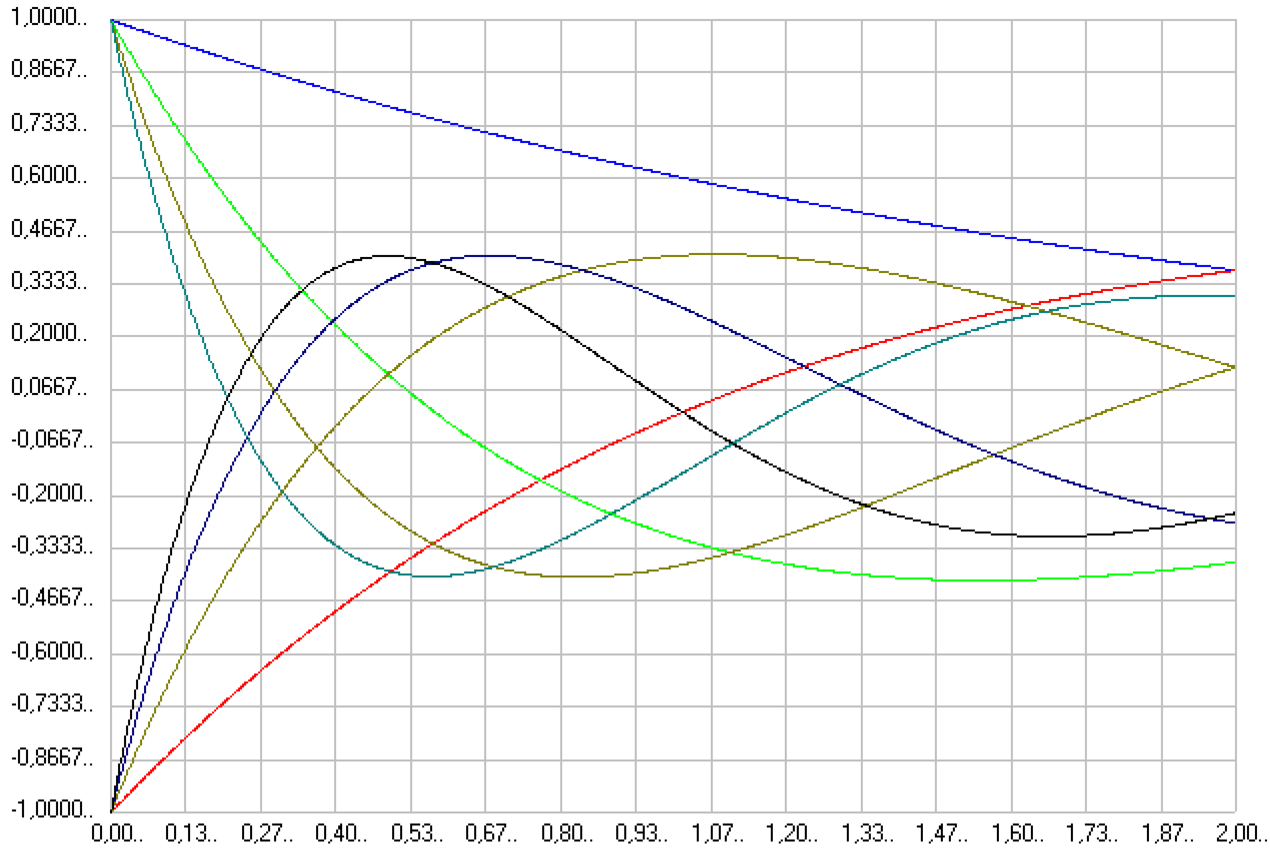

Рис. 2. Ортонормированные полиномы Эрмита.

При решении задач спектральным методом можно использовать следующие системы ортонормированных функций: полиномы Лежандра и Чебышева, тригонометрические функции, функции Уолша и Хаара, полиномы и функции Лагерра, полиномы и функции Эрмита, причем при расчете двумерных и трехмерных нестационарных передаточных функций можно использовать только однотипные базисные функции, выбор которых зависит от решаемой задачи. Например, при решении задачи теоретико-вероятностного анализа стохастических систем с переменной структурой [2] фазовым пространством является R^n, поэтому для спектрального преобразования по каждой фазовой координате необходимо использовать систему функций, ортонормированную в $L_2(R)$, например, полиномы или функции Эрмита; а при анализе линейных систем управления на фиксированном отрезке времени вид базисных функций (полиномиальный, гармонический, кусочно-постоянный) выбирается в соответствии с типом входных сигналов или характеристиками системы.

Для решения задач требуется задать алгоритм вычислений в спектральной области в виде последовательности формул (рис. 3), для ряда задач возможно автоматизированное формирование такой последовательности. При применении диалогового формирователя пользователю нужно заполнить необходимые параметры, такие как порядок системы, коэффициенты уравнения, начальные и краевые условия и т.п. (рис. 4), а программа по этим данным рассчитывает спектральные характеристики и создает алгоритм вычислений в спектральной области (рис. 5), который затем обрабатывается интерпретатором.

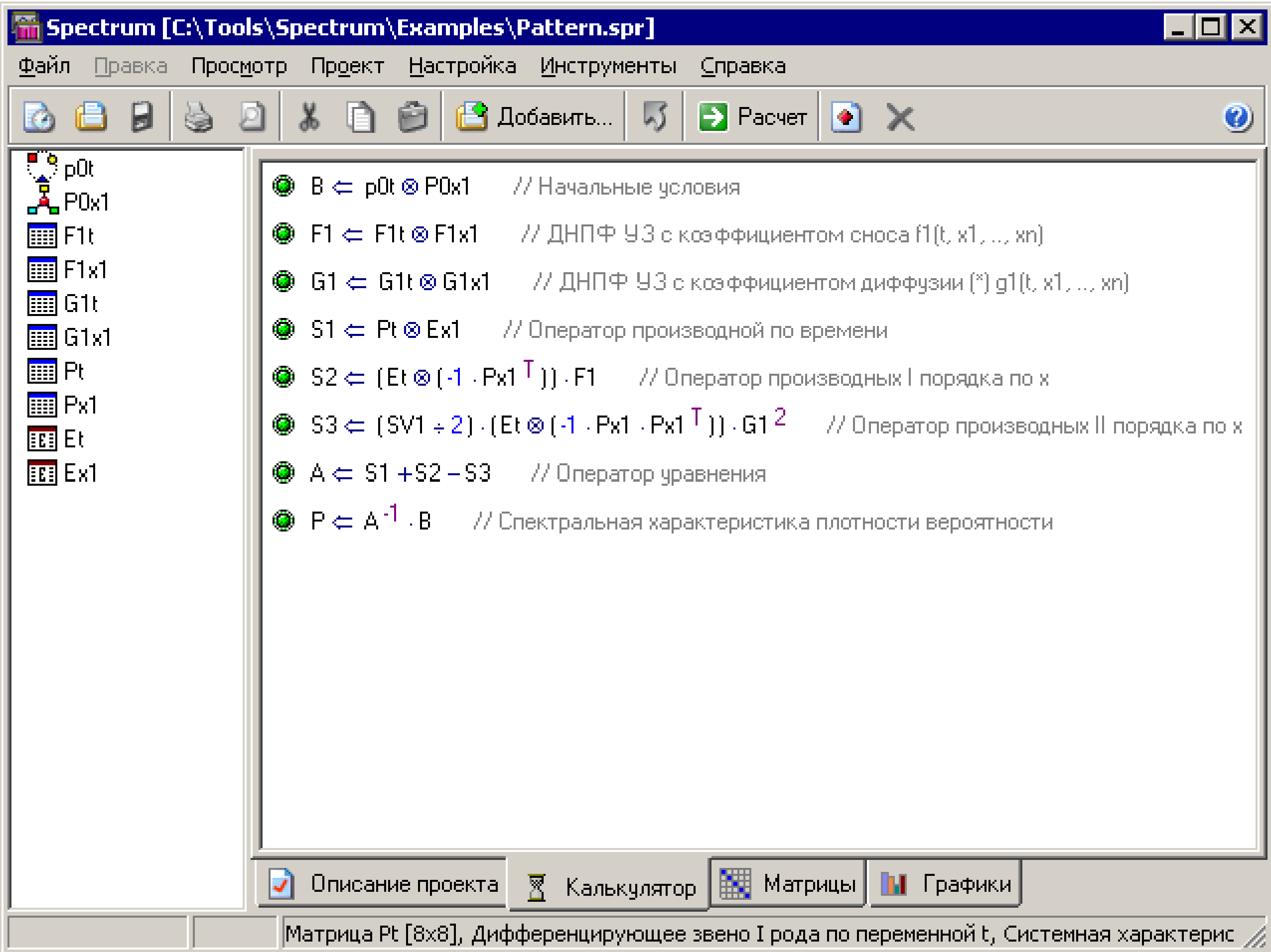

Рис. 3. Основное окно Spectrum - последовательность формул задает алгоритм решения задачи теоретико-вероятностного анализа выходных процессов нелинейной одномерной стохастической системы.

При использовании диалогового формирователя можно создавать проекты для следующих классов задач теории управления:

- анализ линейных одномерных нестационарных систем управления при детерминированных и случайных воздействиях [1];
- анализ нелинейных многомерных стохастических систем с возмущениями типа гауссовского белого шума [3];

- анализ непрерывно-дискретных стохастических систем (анализ непрерывных стохастических систем, для которых управление синтезируется на основе измерений в заданные моменты времени) [4,5];
- синтез оптимального управления нелинейными многомерными стохастическими системами при неполной информации о векторе состояния [6,7];
- анализ стохастических систем с переменной структурой (СПС) общего вида [2];
- анализ стохастических систем с двумя структурами и систем с однонаправленными переходами (частные случаи задачи анализа СПС, не требующие использования операций агрегатирования и декомпозиции многомерных матриц) [2].

Для других задач, при решении которых может быть использован спектральный метод, алгоритм вычислений можно ввести с помощью редактора формул.

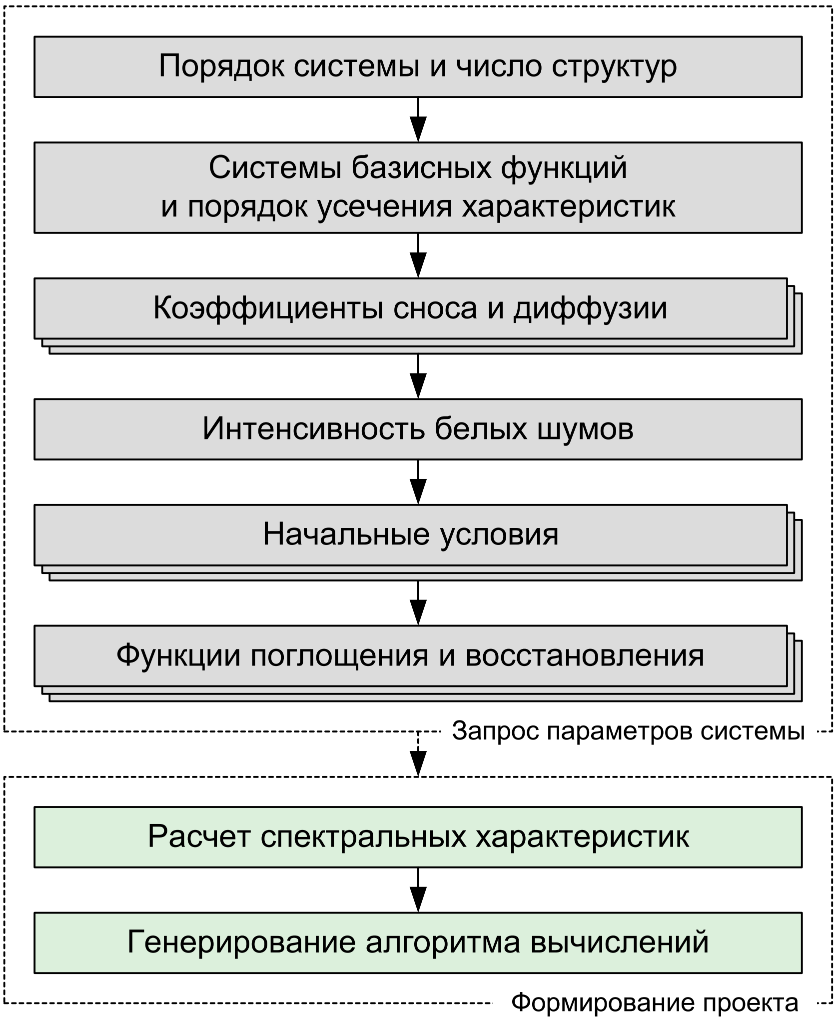

Рис. 4. Схема работы диалогового формирователя для СПС.

Интерпретатор алгоритма вычислений поддерживает все стандартные операции алгебры многомерных матриц (сложение, умножение, умножение на действительное число, тензорное произведение, транспонирование, нахождение обратной матрицы, возведение в степень с натуральным показателем), а также специфические операции, например, умножение трехмерной матрицы на вектор. Возможен расчет определителей плоских квадратных матриц и вычисление евклидовой нормы матриц любой размерности для контроля корректности решаемых задач. Для плоских и трехмерных матриц можно строить сечения по последнему индексу. При вычислении обратных матриц используется метод Гаусса с выбором главного элемента или псевдообращение (разложение по сингулярным числам и метод Гревилля). Для анализа и синтеза систем с переменной структурой предусмотрена возможность агрегатирования и декомпозиции многомерных матриц. Интерпретатор контролирует правильность алгебраических операций, т.е. следит за согласованностью матриц при бинарных операциях, невырожденностью матриц при обращении и т.д.

```
F1_1 ⇐ F1_1t ⊗ F1_1x1      // ДНПФ УЗ с коэффициентом сноса f1(t,x1,...,xn) (структура №1)
G1_1 ⇐ G1_1t ⊗ G1_1x1      // ДНПФ УЗ с коэффициентом диффузии (*) g1(t,x1,...,xn) (структура №1)
F2_1 ⇐ F2_1t ⊗ F2_1x1      // ДНПФ УЗ с коэффициентом сноса f1(t,x1,...,xn) (структура №2)
G2_1 ⇐ G2_1t ⊗ G2_1x1      // ДНПФ УЗ с коэффициентом диффузии (*) g1(t,x1,...,xn) (структура №2)
V_1_2 ⇐ V_1_2t ⊗ V_1_2x1      // ДНПФ оператора поглощения V_1_2(t,x1,...,xn)
V_2_1 ⇐ V_2_1t ⊗ V_2_1x1      // ДНПФ оператора поглощения V_2_1(t,x1,...,xn)
B_1 ⇐ p0t ⊗ P0_1x1      // Начальные условия (структура №1)
B_2 ⇐ p0t ⊗ P0_2x1      // Начальные условия (структура №2)
S1 ⇐ Pt ⊗ Ex1      // Оператор производной по времени
S2 ⇐ (Et ⊗ (-1 · Px1^T)) · F1_1      // Оператор производных первого порядка по x
S3 ⇐ (SV1 ÷ 2) · (Et ⊗ (-1 · Px1 · Px1^T)) · G1_1^2      // Оператор производных второго порядка по x
A_1_1 ⇐ S1 + S2 − S3 + V_1_2      // Оператор уравнения A_1_1
A_1_2 ⇐ -1 · V_2_1      // Оператор уравнения A_1_2
A_2_1 ⇐ -1 · V_1_2      // Оператор уравнения A_2_1
S2 ⇐ (Et ⊗ (-1 · Px1^T)) · F2_1      // Оператор производных первого порядка по x
S3 ⇐ (SV1 ÷ 2) · (Et ⊗ (-1 · Px1 · Px1^T)) · G2_1^2      // Оператор производных второго порядка по x
A_2_2 ⇐ S1 + S2 − S3 + V_2_1      // Оператор уравнения A_2_2
P_1 ⇐ (A_1_1 − A_1_2 · A_2_2^-1 · A_2_1)^-1 · (B_1 − A_1_2 · A_2_2^-1 · B_2)      // НСХ пл-ти вер-ти (структура №1)
P_2 ⇐ (A_2_2 − A_2_1 · A_1_1^-1 · A_1_2)^-1 · (B_2 − A_2_1 · A_1_1^-1 · B_1)      // НСХ пл-ти вер-ти (структура №2)
```

Рис. 5. Алгоритм решения задачи анализа системы с двумя структурами, сгенерированный с помощью диалогового формирователя.

Размерность и порядок матриц и векторов (спектральных характеристик) ограничена лишь доступной оперативной памятью; предусмотрена как классическая, так и разреженная схема хранения.

Для семантического контроля корректности производимых операций введена классификация матриц и векторов (нестационарные передаточные функции, нестационарные спектральные характеристики, векторы значений базисных функций и т.д.), что позволяет избежать смысловых ошибок в ходе решения задач. Например, результатом умножения матриц двумерных нестационарных передаточных функций будет системная характеристика некоторого звена (последовательного соединения двух звеньев), и данный результат будет отнесен к классу нестационарных передаточных функций, напротив, сложение системной характеристики и матрицы значений скалярной функции будет воспринято как семантическая ошибка.

Таким образом, программное обеспечение Spectrum является эффективным инструментом для автоматизации решения задач анализа и синтеза систем управления спектральным методом.

Spectrum используется в учебном процессе кафедры «Математическая кибернетика» Московского авиационного института для проведения лабораторных и курсовых работ по курсам «Теория автоматического управления» и «Спектральная теория систем управления».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Солодовников В.В., Семенов В.В., Пешель М., Недо Д. Расчет систем управления на ЦВМ: спектральный и интерполяционный методы. – М.: Машиностроение, 1979. – 664 с.
2. Рыбаков К.А., Сотскова И.Л. Анализ систем с переменной структурой в классе обобщенных характеристических функций. // Электронный журнал «Труды МАИ». – 2003, № 11. – http://www.mai.ru.
3. Сотскова И.Л. Применение аппарата обобщенной характеристической функции к анализу стохастических систем управления ЛА. // Задачи стохастического управления: Тем. сб. науч. тр. – М.: МАИ, 1986. – с. 71-78.
4. Пантелеев А.В., Семенов В.В. Синтез оптимальных систем управления при неполной информации. – М.: МАИ, 1992. – 192 с.

5. Рыбаков К.А., Сотскова И.Л. Анализ непрерывно-дискретных систем в классе обобщенных характеристических функций. // Теоретические вопросы вычислительной техники и программного обеспечения: Межвуз. сб. науч. тр. – М.: МИРЭА, 2003. – с. 81-89.
6. Пантелеев А.В., Сотскова И.Л. Приближенный метод синтеза оптимальных стохастических систем при неполной информации. // Проблемы математики в физико-технических и экономических задачах: Межвед. сб. науч. тр. – М.: МФТИ, 1993. – с. 135-142.
7. Сотскова И.Л., Тихов М.С. Приближенно-аналитический метод синтеза оптимальных стохастических систем управления. // Нелинейный динамический анализ. Международный конгресс, Москва. 2002: Тез. докл. – М.: МАИ, 2002. – с. 127.