

Вопросы к экзамену по курсу «Дифференциальные уравнения»

7 факультет, 2 курс

1. Дифференциальные уравнения. Основные определения. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Геометрический смысл. Метод изоклин.
3. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.
4. Линейные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольной постоянной. Метод введения двух функций. Структура общего решения.
5. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати.
6. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
7. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра.
8. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.
9. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Метод подбора частного решения.
11. Уравнения Эйлера.
12. Понижение порядка дифференциальных уравнений.
13. Системы дифференциальных уравнений. Основные определения. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
14. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
15. Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений. Структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Метод подбора частного решения.
16. Краевые задачи.
17. Устойчивость решений дифференциальных уравнений и систем. Устойчивость решений линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами.
18. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений и систем.

Типовые задачи:

1. Найти общее решение уравнения $x'(t) - 2tx(t) = -3e^{t^2}$.
2. Найти частное решение уравнения $x''(t) - 3x'(t) - 4x(t) = 0$, удовлетворяющее условиям $x(0) = 1$, $x'(0) = -2$.
3. Не определяя коэффициентов частного решения, записать общее решение уравнения $a_n x^{(n)}(t) + \dots + a_1 x'(t) + a_0 x(t) = f(t)$, если корни характеристического уравнения $\lambda_1 = -1$, $\lambda_{2,3} = 2 \pm 5i$, $\lambda_{4,5,6} = 3$, $\lambda_7 = 0$ ($n = 7$), $f(t) = 2t^2 + 10 - 3t \cos 4t + e^{2t} \sin 5t$.

Литература:

Пантелеев А. В., Якимова А. С., Рыбаков К. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс. – М.: Логос, 2010. – 384 с.