

Расчетная работа по курсу «Нелинейный динамический анализ систем»

8 факультет, 5 курс

Часть 1. Спектральные характеристики функций

1. Представить функцию $h(t) = 3t^2 - nt + 2$ в виде ряда, ограничившись четырьмя, восьмью и шестнадцатью членами разложения, по следующим базисным системам:

- нестационарным полиномам Лежандра, заданным на стационарном отрезке $T = [0, n]$;
- нестационарным косинусоидам, заданным на стационарном отрезке $T = [0, n]$;
- нестационарным функциям Уолша, заданным на стационарном отрезке $T = [0, n]$.

Построить графики частичных сумм ряда и сравнить их с графиком исходной функции $h(t)$. Вычислить погрешность приближения функции $h(t)$ частичной суммой ряда в нормах пространств квадратично интегрируемых функций $L_2(T)$ и непрерывных функций $C(T)$ (вычислить норму разности функции $h(t)$ и соответствующей частичной суммы).

Указание: см.¹ разд. 1.1.1, пример 1.1.

2. Представить функцию $h(x) = e^{-(x-\frac{n}{5})^2}$ в виде ряда, ограничившись четырьмя, восьмью и шестнадцатью членами разложения, по следующим базисным системам:

- полиномам Лежандра, заданным на отрезке $\Omega = [0, \frac{n}{2}]$;
- тригонометрическим функциям, заданным на отрезке $\Omega = [-\pi, \pi]$;
- функциям Эрмита ($\Omega = (-\infty, \infty)$).

Построить графики частичных сумм ряда и сравнить их с графиком исходной функции $h(x)$. Вычислить погрешность приближения функции $h(x)$ частичной суммой ряда в нормах пространств квадратично интегрируемых функций $L_2(\Omega)$ и непрерывных функций $C(\Omega)$ (вычислить норму разности функции $h(x)$ и соответствующей частичной суммы).

Указание: см. разд. 1.1.2.

3. Представить функцию $h(t, x) = e^{-\frac{t}{2}(x^2 + n)}$ в виде ряда по функциям базисной системы $\{\hat{\Psi}(i_0, t)\hat{P}(i_1, x)\}_{i_0, i_1=0}^{\infty}$, заданной на множестве

$$Q_T = [0, +\infty) \times [0, 1],$$

где $\{\hat{\Psi}(i_0, t)\}_{i_0=0}^{\infty}$ — система функций Лагерра, $\{\hat{P}(i_1, x)\}_{i_1=0}^{\infty}$ — система функций Лежандра.

Указание: см. разд. 1.1.3, пример 1.3.

4. Записать спектральные характеристики функций $h(t)$, $h(x)$ и $h(t, x)$, рассмотренных в заданиях 1–3, определенные относительно соответствующих базисных систем.

Указание: см. разд. 1.2.1, 1.2.2, 1.3.1–1.3.3, примеры 1.14, 1.16, 1.17, 1.20.

¹Здесь и далее ссылки даны по учебнику «Пантелеев А.В., Рыбаков К.А., Сотскова И.Л. Спектральный метод анализа нелинейных стохастических систем управления. — М.: Вузовская книга, 2006».